

Lógica y teoría descriptiva de conjuntos

Horario

- Viernes de 9 a 11, Aula A20 de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Granada.
- Desde el 26/09/2025 hasta el 19/12/2025

Profesorado

- Pedro A. García Sánchez (Universidad de Granada)
- Juan Manuel Santiago Suárez (Universidad Complutense de Madrid)
- José Santiago Santiago Villanueva (Universidad de Jaén)

Contenidos

Sesión 1. (2 horas) Lógica proposicional

- Enunciados y conectivas
- Interpretaciones
- Axiomas y demostraciones

Sesión 2. (2 horas) Lenguajes de primer orden

- Lenguajes de primer orden
- Interpretaciones

Sesión 3. (2 horas) Lógica de primer orden

- Equivalencia lógica
- Axiomas y demostraciones

Sesión 4. (2 horas) Sistemas matemáticos

- Lenguajes de primer orden con igualdad
- Aritmética de primer orden
- Teoría de conjuntos formal

Sesión 5. (2 horas) Complejidad de un conjunto

- ¿Cómo medir la complejidad de un problema?
- Diferentes ejemplos de complejidad.

Sesión 6. (2 horas) Introducción a los ordinales.

- Historia de los números ordinales:
- Cantor y las series de Fourier.
- Cantor y los puntos aislados.
- Ejemplos y uso de los ordinales.
- Definición y propiedades de los ordinales.

Sesión 7. (2 horas) Jerarquía boreliana

- Introducción de la jerarquía boreliana.
- Ejemplos de conjuntos pertenecientes y no pertenecientes a dicha jerarquía.
- Resultados básicos sobre jerarquía boreliana.

Sesión 8. (2 horas) Conjuntos universales

- Definición de conjunto universal en una clase de complejidad.
- Ejemplos de conjuntos universales.

Sesión 9. (2 horas) Conjuntos completos

- Definición rigurosa de reducción en complejidad.
- Definición de conjunto completo.
- Ejemplos de conjuntos completos.

Sesión 10. (2 horas) Jerarquía proyectiva

- Conjuntos analíticos.
- Conjuntos co-analíticos.
- Conjuntos universales analíticos.

Sesión 11. (2 horas) Teorema principal.

- La complejidad del conjunto de las funciones diferenciables es co-analítica y, por tanto, no boreliana.
- Método explícito para construir funciones continuas, no diferenciables, en los puntos seleccionados de un conjunto de Cantor.

Sesión 12. (2 horas) Ejemplos.

- Ejemplos en topología.
- Ejemplos en análisis.
- Ejemplos en geometría.
- Ejemplos en ecuaciones diferenciales.

Bibliografía básica

- Hamilton, A. G. (2001). *Logic for mathematicians* (Rev. ed.). Cambridge University Press.
- Kechris, Alexander S. (1994). *Classical Descriptive Set Theory*. Springer-Verlag.
- Ivorra, Carlos. *Teoría descriptiva de conjuntos* (pdf).
<https://www.uv.es/ivorra/Libros/TD.pdf>