

# Lógica y teoría descriptiva de conjuntos

## Horario

- Viernes por la mañana (dependiendo de la sesión).
- Comienza el 11 de octubre y finaliza el 22 de noviembre.

## Profesorado

- Pedro A. García Sánchez (Universidad de Granada)
- Juan Manuel Santiago Suárez (Institut de Mathématiques de Jussieu-Paris Rive Gauche)
- José Santiago Santiago Villanueva (Universidad de Jaén)

## Contenidos

Sesión 0. (1 hora) Introducción y presentación.

Sesión 1. (3 horas) Lógica proposicional

- Enunciados y conectivas
- Interpretaciones
- Axiomas y demostraciones

Sesión 2. (3 horas) Lógica de primer orden

- Lenguajes de primer orden
- Interpretaciones
- Equivalencia lógica
- Formas normales
- Axiomas y demostraciones

Sesión 3. (3 horas) Sistemas matemáticos

- Lenguajes de primer orden con igualdad
- Aritmética de primer orden
- Teoría de conjuntos formal

Sesión 4. (3 horas) Complejidad de un conjunto

- ¿Qué es la complejidad de un conjunto?
- Diferentes ejemplos de complejidad.
- Cantor y las series de Fourier.
- Cantor y los puntos aislados.

Sesión 5. (3 horas) Introducción a los ordinales.

- Ejemplos y uso de los ordinales.
- Definición de ordinal.

Sesión 6. (3 horas) Jerarquía boreliana

- Introducción de la jerarquía boreliana y ejemplos de conjuntos para los que sea necesario definir, precisamente, esta jerarquía.
- Resultados básicos sobre jerarquía boreliana.

Sesión 7. (3 horas)

- Definición rigurosa de complejidad.
- Ejemplos de reducción de complejidad
- Relación con abiertos y cerrados de la medida de Lebesgue.

Sesión 8. (2 horas)

- Definición rigurosa de reducción en complejidad.

Sesión 9. (2 horas) Conjuntos completos

- Definición de conjunto completo.
- Conjuntos completos y borelianos.

Sesión 10. (2 horas) Teorema principal.

- La complejidad del conjunto de las funciones diferenciables es  $\Pi^1_1$  y, por tanto, no boreliana.
- Método explícito para construir funciones continuas, no diferenciables, en un conjunto de Cantor. Sesión 8. (2 horas) Resultados relacionados.

### **Bibliografía básica**

- Hamilton, A. G. (2001). Logic for mathematicians (Rev. ed.). Cambridge University Press.
- Kechris, Alexander S. (1994). Classical Descriptive Set Theory. Springer-Verlag.
- Ivorra, Carlos. Teoría descriptiva de conjuntos (pdf).  
<https://www.uv.es/ivorra/Libros/TD.pdf>